

École Polytechnique de Montréal  
Automne 2005, 12 décembre 2005

## Projet : Recalage par maximisation de l'information mutuelle

---

*GBM6103, Application médicales de l'informatique*

Nom	Matricule	Groupe
HERVE LOMBAERT	1075601	1
JÉRÉMIE THÉRIAULT	1114132	1

## Résumé

Le recalage d'images trouve de nombreuses applications médicales aussi bien dans le traitement que dans le diagnostic d'un patient. La combinaison d'images multimodales a même conduit à de nouvelles chirurgies. Pour ce faire, le succès des différentes mesures de recalage fut plus ou moins reconnu jusqu'à ce qu'une méthode se démarque : la mesure de l'information mutuelle [1, 2]. Contrairement aux méthodes alors courantes se basant sur la mesure des intensités de l'image, l'information mutuelle se base sur la quantité d'information que contient les images. Cette méthode s'avère être plus robuste au recalage d'images multimodales. Dans ce projet, nous nous intéresserons à la qualité de la mesure de l'information mutuelle en la comparant à une mesure classique de recalage, la corrélation. Nous critiquerons également une amélioration à la méthode de recalage combinant l'information du gradient à l'information mutuelle [3].

## 1 Introduction

L'alignement d'images est un problème courant en vision par ordinateur. Ses applications médicales sont diverses : suivre l'évolution d'un patient, localisation de sites malins, aide à la visualisation chirurgicale. L'exactitude d'un alignement offre même de nouvelles possibilités de traitements. Par exemple, l'imagerie par résonance magnétique (MR) peut fournir les coordonnées d'une tumeur cancéreuse à un système de chirurgie guidé par imagerie tomographique (CT).

Le recalage d'images consiste à trouver la transformation qui aligne exactement deux images. Ces images présentent en général des différences qui peuvent rendre le recalage difficile. Des structures anatomiques clairement visibles sur une image peuvent par exemple être altérées ou même inexistantes sur l'autre image. Ces différences sont encore plus flagrantes dans le cas d'un recalage multimodal (eg. MR-CT) où les images sont très peu similaires les unes des autres.

Traditionnellement, des marqueurs, ou des points préalablement mis en évidence étaient utilisés pour recalcr des images multimodales [4]. Les approches basées sur les intensités des images furent introduites par Woods en 1992 [5]. Le recalage multimodal était alors effectué en minimisant la variance des ratios d'intensités des images. Tout de suite après, Hill [6] introduit la notion d'histogramme joint. Dans le même groupe, Van den Elsen publie une méthode

de recalage par corrélation des gradients [7]. Collignon [8] et Studholme [9] proposent d'utiliser l'entropie comme mesure de recalage. La même année, Viola [1] et Collignon [2, 10] trouvent simultanément une approche basée sur l'information mutuelle. Cette méthode s'avère être plus robuste au recalage multimodal. Elle continue néanmoins à faire aujourd'hui l'objet d'améliorations [11].

L'utilisation des moindres carrés ou de la corrélation vus en cours sont des méthodes intuitives permettant le recalage d'images en se basant uniquement sur les intensités des images. Ces méthodes seront d'abord présentées. Leurs inconvénients pour le recalage d'images multimodales introduiront ensuite le recalage par l'information mutuelle. Également, une amélioration combinant l'information du gradient [3] sera examinée. En dernière partie, l'efficacité de ces méthodes sera finalement testée et une conclusion résumera nos résultats.

## 2 Méthodes

### 2.1 Critère des moindres carrés et de corrélation

En faisant un parallèle avec le cours, la minimisation d'un critère de moindres carrés semble être une solution intuitive au problème de recalage de deux images. En effet, si deux images identiques  $A$  et  $B$  sont correctement alignées l'une avec l'autre, les différences d'intensités  $A(x) - B(x')$  de chaque paire de pixels  $x$  et  $x'$  seront nulles. Si les deux images ne sont pas correctement alignées, ces différences  $\sum A(x) - B(x')$  augmenteront. Rechercher le maximum de vraisemblance  $\hat{T}$  en minimisant le critère des moindres carrés  $J(T)$  permet donc de recalcr deux images  $A$  et  $B$ .

$$J(T) = \sum_{x \in A \cap B} [A(x) - B(T(x))]^2$$

De plus, en développant l'expression des moindres carrés, il est possible de prouver que cette méthode est en réalité équivalente à rechercher le maximum d'une fonction de corrélation entre les images  $A$  et  $B$  :

$$\begin{aligned} J(T) &= \sum_{x \in A \cap B} [A(x) - B(T(x))]^2 \\ &= \sum_{x \in A \cap B} A^2(x) - 2A(x)B(T(x)) + B^2(T(x)) \end{aligned}$$

Si l'image  $B$  contient toujours les mêmes pixels, le terme  $B^2(T(x))$  devient constant. Les termes au carré sont donc indépendants de la minimisation de  $T$ . Il ne reste alors que  $J(T) = -2 \sum A(x)B(T(x))$ . Cette expression est la généralisation de la fonction de corrélation à n'importe quelle transformation  $T$ . Recaler en minimisant le critère des moindres carrés est donc identique à recaler en maximisant la fonction de corrélation, définie par :

$$\gamma_{AB}(T) = \sum_{x \in A \cap B} A(x)B(T(x)) \quad (1)$$

Dans le cas particulier d'un décalage sur un axe,  $T(x) = x - t$ . Dans le cas d'une translation sur deux axes,  $T(x) = x + [t_x, t_y]^T$ . Dans le cadre du projet, seule les déformations rigides seront considérées. La transformation  $T$  comportera donc un premier terme pour une rotation d'angle  $\theta$  et un second terme de translation  $t_x, t_y$  :

$$T(x) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$

La fonction de corrélation varie en fonction de la surface commune des deux images  $A \cap B$ . Plus cette surface est grande, plus la corrélation sera importante, mais si les images se superposent sur une petite surface, la corrélation sera faible. Afin d'éviter ce biais, il existe une normalisation à la fonction de corrélation. Elle consiste à diviser la fonction de corrélation par les valeurs maximales que peuvent prendre les deux images, soient par les fonctions d'autocorrélation :

$$\gamma_N(A, B) = \frac{\sum_{x \in A \cap B} A'(x)B'(T(x))}{\sqrt{\sum_{x \in A \cap B} (A'(x))^2 \sum_{x \in A \cap B} (B'(T(x)))^2}} \quad (2)$$

Où  $A'$  et  $B'$  sont les intensités centrées sur les moyennes des images  $A$  et  $B$ , soit  $A'(x) = A(x) - \overline{A(x)}$ , et  $B'(x) = B(x) - \overline{B(x)}$ .

Il y aura maximum de la fonction de corrélation (1,2) lorsque les images  $A(x)$  et  $B(T(x))$  seront les plus semblables. La vraisemblance à rechercher est donc la transformation  $T$  recalant au mieux les images  $A(x)$  et  $B(T(x))$ . Pour maximiser la fonction de coût  $J(T) = \gamma_{AB}(T)$ , il faut théoriquement annuler sa dérivée  $\frac{d\gamma}{dT}$ . En pratique, la recherche du maximum peut se faire par des méthodes numérique

ne faisant pas appel à la dérivée  $\frac{d\gamma}{dT}$ . Par exemple la méthode de Powell [12] utilise cette stratégie. Chaque dimension est optimisée tour à tour jusqu'à ce qu'il y ait convergence.

## 2.2 Maximisation de l'information mutuelle

Les méthodes vues dans le cadre du cours, soient la minimisation des moindres carrés et la maximisation de la fonction de corrélation, supposent que les images à recaler ont des intensités similaires. En effet, si les intensités d'une même structure anatomique sont inversées dans les deux images (ie. les os dans des images MR-CT), les différences d'intensité des images ne reflèteront plus une mesure de la différence des images. Le minimum du critère des moindres carrés ne correspondra alors plus à la transformation rendant les images  $A$  et  $B$  les plus semblables. Similairement, si l'une des deux images contient des intensités inversées, la multiplication des intensités de deux images ne sera plus maximale au recalage des structures anatomiques. La valeur de corrélation sera maximale là où les pixels des deux images ont des intensités similaires. En inversant des intensités, les régions les plus claires ne sont plus aux mêmes positions.

Les méthodes vues dans le cadre du cours sont donc adaptées pour un recalage intra modal, où les intensités des deux images sont supposées similaires. Pour des images multimodales, d'intensités inversées, ces méthodes se montreront inefficaces. Pour le recalage multimodal, les méthodes basées sur l'information mutuelle sont mieux adaptées.

L'information mutuelle est la quantité d'information d'une image contenue dans une seconde image. Ainsi, lorsque l'information mutuelle entre deux images est au maximum, elles sont identiques. Tenter de transformer une image de manière à ce qu'elle ressemble le plus à une seconde image peut donc se faire en maximisant leur information mutuelle. Avant d'expliquer l'information mutuelle et son amélioration avec l'information du gradient, la notion d'entropie sera d'abord introduite. Par la suite, la maximisation de l'information mutuelle sera présentée.

### 2.2.1 Entropie

L'entropie est la quantité d'information contenue dans une série d'événements. Une image  $A$  est par exemple constituée d'une série d'événements, des

pixels, ayant tous une probabilité  $p_i$  d'avoir une intensité  $i$ . Plus une image est complexe, plus son entropie  $H(A)$  est grande. Shannon [13] propose une définition de l'entropie telle que :

$$H = \sum_i p_i \log \frac{1}{p_i} = - \sum_i p_i \log p_i. \quad (3)$$

La première expression montre bien que plus un élément est rare, plus il a de signification. Si une image est constituée de pixels de plusieurs tons de gris, l'image transporte une information plus importante qu'une image d'un ton unique. La définition de Shannon de l'entropie indique l'information moyenne que l'on peut s'attendre de chaque élément de l'image.

### 2.2.2 Information mutuelle

L'information mutuelle  $MI(A, B)$  de deux images  $A$ ,  $B$ , possède 3 définitions équivalentes. Chacune d'elles permet d'expliquer différemment l'information mutuelle.

La première utilise la différence de l'entropie d'une image  $A$  et de l'entropie de la même image  $A$  sachant une autre image  $B$  :

$$\begin{aligned} MI(A, B) &= H(A) - H(A|B) \\ &= H(B) - H(B|A) \end{aligned} \quad (4)$$

Ici,  $H(A)$  mesure l'information contenu dans l'image  $A$ , tandis que  $H(A|B)$  mesure la quantité d'information contenu dans l'image  $A$  lorsque l'image  $B$  est connue. L'information mutuelle correspond donc à la quantité d'information que l'image  $B$  possède sur l'image  $A$ , ou similairement, la quantité d'information que l'image  $A$  possède sur l'image  $B$ .

La seconde définition évoque la distance de Kullback-Leibler  $\sum_i p_i \log \frac{p_i}{q_i}$ , qui mesure la distance entre deux distributions  $p$  et  $q$  :

$$MI(A, B) = \sum_{a,b} p_{ab} \log \frac{p_{ab}}{p_a p_b}, \quad (5)$$

soit la mesure entre la distribution  $p_{ab}$  des images  $A$  et  $B$  et la distribution  $p_a p_b$  où les images  $A$  et  $B$  sont indépendantes. Cette définition de l'information mutuelle mesure donc la dépendance des images  $A$  et  $B$ . Il y aura recalage lorsque les images  $A$  et  $B$  sont le plus semblables.

La troisième définition de l'information mutuelle est une combinaison des entropies de deux images, séparées et jointes :

$$MI(A, B) = H(A) + H(B) - H(A, B) \quad (6)$$

Les entropies séparées  $H(A)$  et  $H(B)$  mesurent la complexité des images  $A$  et  $B$ . L'entropie jointe  $H(A, B)$  mesure la quantité d'information que les images  $A$  et  $B$  apportent en même temps. Si les images  $A$  et  $B$  sont proches, une image explique bien la seconde, et l'entropie jointe est minimale. L'entropie jointe est plus précisément l'entropie de l'histogramme joint des images  $A$  et  $B$ . Cet histogramme répertorie la correspondance des intensités des pixels entre deux images (Fig. 1). Maximiser l'information mutuelle selon cette troisième définition revient donc à dire que le plus d'information est recherchée dans chaque image, tout en cherchant à faire ressembler les images  $A$  et  $B$ .

Lors de la réalisation du projet, cette dernière définition de l'information mutuelle (6) sera utilisée. Néanmoins, cette fonction est biaisée par la surface commune des images recalées. Tout comme la fonction de corrélation, une normalisation de l'information mutuelle est proposée [14] en utilisant une fraction de deux termes dépendant de la surface commune des deux images :

$$NMI(A, B) = \frac{H(A) + H(B)}{H(A, B)} \quad (7)$$

La recherche de la transformation  $T$  recalant les images  $A(x)$  et  $B(T(x))$  correspond au maximum de la fonction de coût  $J(T) = MI(A, B)$ . Elle se fait théoriquement en annulant sa dérivée  $\frac{dMI}{dT}$ . Bien qu'il soit possible d'estimer cette dérivée, sa recherche dépasse le cadre de ce projet ([1] pour plus de détails). En pratique, une méthode numérique ne faisant pas appel à la dérivée permettra d'estimer la vraisemblance  $\hat{T}$ .

## 2.3 Gradient

Le recalage par maximisation de l'information mutuelle en utilisant la définition de Shannon pour l'entropie ne tient pas compte de l'information spatiale des images. En effet, en reorganisant aléatoirement des paires de pixels dans deux images, la valeur de l'information mutuelle est la même que celle des deux images originales. Chercher à maximiser l'information mutuelle des gradients des images permettrait de tenir compte de l'information spatiale. Par contre, le maximum de l'information mutuelle survient lorsque

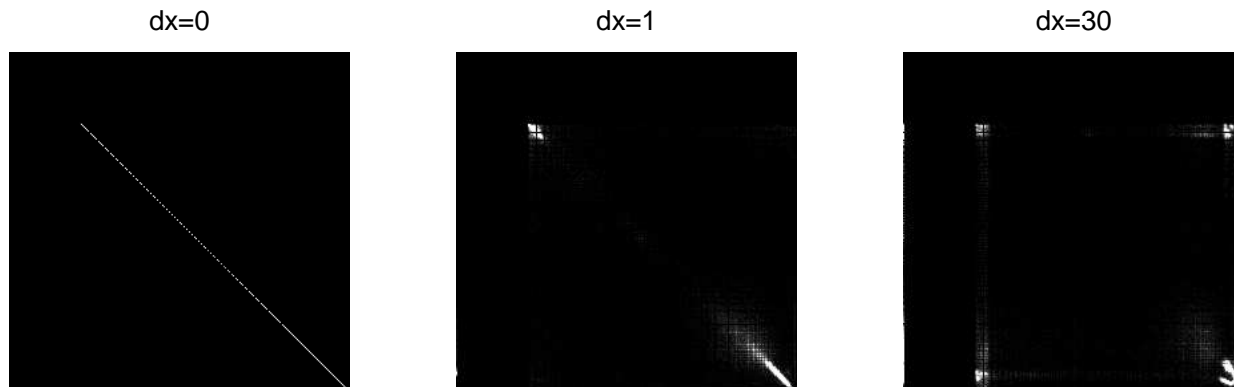


FIG. 1 – Histogramme joint de deux images. Chaque coordonnée  $[i,j]$  indique le nombre de paires de points correspondants dans les deux images, ayant les intensités  $i$  et  $j$ . (a) montre l’histogramme joint d’une image avec elle même, (b) lorsqu’une image est translaté de 1 pixel, (c) de 30 pixels.

les gradients des deux images sont recalés. Les maximums à rechercher sont donc plus étroit, et par conséquent plus difficile à rechercher en pratique.

Ce problème a amené l’introduction de l’information des gradients des images dans la fonction à maximiser. Il est en effet attendu que les gradients des images représentant un même objet soient similaires, du moins dans les mêmes directions. Ainsi, pour tout point  $x$  de l’image  $A$  et sa correspondance  $x' = T(x)$  dans l’image  $B$ , on cherche à ce que les gradients  $\nabla_A(x)$  et  $\nabla_B(x')$  aient les mêmes directions. Pour un angle  $\alpha$ , l’angle entre les gradients  $\nabla_A(x)$  et  $\nabla_B(x')$ , la fonction  $\cos(2\alpha)$  favorise des gradients de même orientation. Cette fonction est en effet maximale lorsque l’angle  $\alpha$  est proche de 0 ou de  $\pi$ . Ainsi, pour un même point  $(x, x')$  dans deux images  $(A, B)$ , les gradients de même orientation sont obtenus en maximisant la fonction suivante :

$$w(\alpha) = \frac{1}{2}(\cos(2\alpha) + 1)$$

Également, afin de favoriser les gradients apparaissant dans les deux images, et de pénaliser les cas où le gradient est fort que dans une image, il sera possible de multiplier la fonction  $w(\alpha)$  par le minimum des normes des deux gradients. La sommation de cette fonction sur chaque pixel de l’image donne le terme de l’information du gradient :

$$G(A, B) = \sum w(\alpha) \min(|\nabla_A(x)|, |\nabla_B(x')|) \quad (8)$$

En introduisant l’information spatiale des images  $A$  et  $B$ , la mesure du recalage est améliorée. Maxi-

miser ce terme favorisera le recalage des contours des images. Il est à noter que dans cette expression, le terme *min* rend cette fonction discontinue. L’information du gradient telle que définie ici ne possède donc pas de dérivée. Pour maximiser ce terme, il faudra utiliser des méthodes numériques.

En combinant l’information du gradient  $G(A, B)$  à l’information mutuelle  $MI(A, B)$ , maximiser la vraisemblance  $T$  est donnée par :

$$\hat{T} = \arg \max_T G(A, B)MI(A, B)$$

Cette expression, non continue, ne peut être résolue théoriquement en annulant sa dérivée. La recherche du maximum de vraisemblance  $\hat{T}$  se fera donc en utilisant une méthode numérique, telle que celle de Powell [12].

L’utilisation de l’information mutuelle n’est pas affectée par l’utilisation d’intensités différentes dans le cadre d’un recalage multimodal. En effet, si deux images représentent une même structure anatomique, une image contiendra forcément de l’information sur la seconde, il y aura de l’information mutuelle entre les deux images. L’utilisation d’intensité différentes dans les deux images se traduira dans une transformation de la distribution de l’entropie jointe. La valeur de l’entropie restera semblable, l’utilisation d’intensités différentes n’augmentera, ou ne diminuera pas la quantité d’information. La maximisation de l’information mutuelle est donc bien adaptée au recalage multimodal.

## 2.4 Interpolation

En transformant un pixel  $x$  d'une image de référence  $A$ , il n'est pas trivial de déterminer l'intensité du pixel transformé  $x' = T(x)$  sur une image  $B$ . En effet, dû à la discrétisation des images, l'intensité du pixel  $x'$  doit être interpolée. Les erreurs dues à cette interpolation peuvent perturber la fonction à maximiser.

Une interpolation simple consiste à prendre l'intensité du point discret le plus proche. Cela provoquera par contre la présence de maximum locaux dans la fonction à maximiser. En utilisant une interpolation linéaire entre les intensités des points discrets voisins, les erreurs de perturbation seront moindres. Elles seront encore moindres en utilisant une interpolation de plus haut ordre, telle que linéaire ou cubique.

## 2.5 Optimisation

Nous avons choisi d'utiliser une méthode itérative de Powell, qui pour chaque itération recherche alternativement pour chaque degré de liberté le maximum sur sa propre dimension. Ainsi, à la première itération, on trouve la meilleure translation en  $x$ , puis à partir de cette translation, on recherche la meilleure translation en  $y$ , puis à l'aide de ces deux translations mises à jour, on recherche la meilleure rotation. Puis on recommence la boucle en mettant à jour, pour chaque degré de liberté, les valeurs pour la recherche sur le prochain degré de liberté.

La recherche sur un degré de liberté est exécutée par dichotomie : on détermine si la valeur centrale est plus forte que les valeurs centrales de l'intervalle inférieur et de l'intervalle supérieur entourant cette valeur centrale. Si la valeur centrale est plus forte, on resserre les bornes de recherche autour de ce point central, sinon, on resserre les bornes autour du centre de l'intervalle qui avait la valeur centrale la plus forte. Et ainsi de suite, jusqu'à ce que les bornes se soient resserrées autour de la valeur finale pour chaque degré de liberté.

La recherche de l'optimum globale de l'information mutuelle, de la fonction de corrélation, ou même du critère des moindres carrés par la méthode de Powell ne garantit pas une convergence vers la solution souhaitée. Ces fonctions n'étant pas convexe, en optimisant la vraisemblance successivement sur chaque dimension jusqu'à convergence, cette méthode peut aboutir à un maximum local.

## 3 Résultats

Nous avons générés des courbes ou des surfaces pour présenter les différentes mesures de recalage étudiées (équations 1, 2, 6, 7). Ces courbes et surfaces sont de très bons outils pour prévoir le comportement d'un algorithme de recherche de maximum. Les faiblesses des mesures de recalage par corrélation au recalage multimodal seront montrées. Par la suite, l'amélioration apportée par l'information mutuelle et par le gradient seront mises en évidence. Un exemple pratique avec notre méthode d'optimisation sera finalement présenté.

### 3.1 La corrélation

En faisant varier une translation horizontale sur deux images représentant un même carré avec des tons de gris inversés (Fig. 3(a,b)), la mesure du recalage par corrélation montre que le résultat n'est pas le même dépendant des tons utilisés. Dans le premier exemple (Fig. 3(a)), la première image montre un carré d'intensité 71 sur un fond d'intensité 1, la seconde image est la même avec les intensités inversées (carré de 184 sur fond de 254). Le maximum de corrélation ne correspond pas au recalage idéal de translation  $x = 0$ . La corrélation des deux images est plus forte lorsque les bandes blanches de la seconde image sont alignées avec le carré gris de l'image de référence. Cela est directement dû à la force prépondérante des tons pâles (multiplications de 71 par 254) par rapport aux tons foncés (multiplication par 1 ou 0) dans le calcul de la corrélation (voir l'équation 1). En augmentant les valeurs des intensités (Fig. 3(b)), ce phénomène s'atténue, et le maximum de corrélation indique la transformation idéale.

Toutefois, en effectuant le même test sur des images ayant des tons de gris identiques, le recalage par corrélation donne de bons résultats. Pour ce test, l'image du cameraman (Fig. 2(a)) est recalée avec la même image traduite de  $[x = 4; y = 8]$  sans rotation. En reportant la valeur de corrélation de chaque translation  $[x; y]$  sur une surface, le maximum de corrélation indique bien le bon recalage (Fig. 4(a)). On remarque que la progression de la valeur de corrélation pour les différentes translations est très régulière et n'induit pas de maximums locaux.

Nous avons tenté de recaler des images multimodales, multipatients à l'aide de la corrélation. Un scan CT et MR d'un crâne (Fig. 2(b), 2(c)) sont utilisés pour ce test. La transformation idéale est trouvée ici empiriquement en traduisant de  $[x = 0; y = 4]$ . En

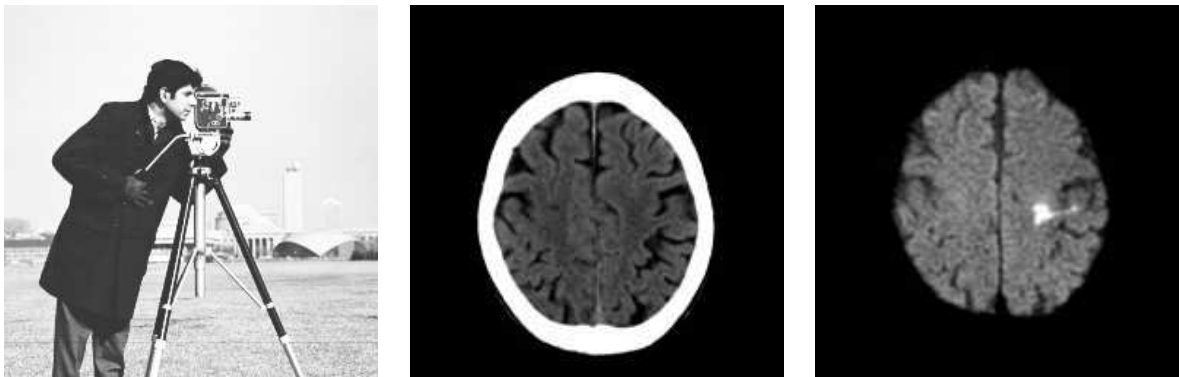


FIG. 2 – Image du cameraman (a), scan CT (b) et MR (c) d'un crâne

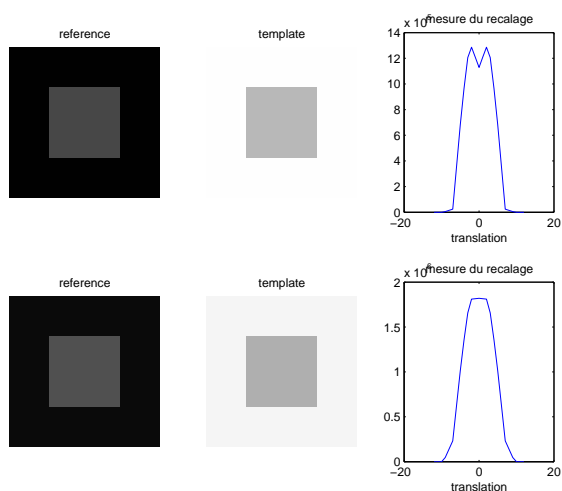


FIG. 3 – Mesure de la corrélation en fonction d'une translation verticale sur (a) deux carrés de tons inversés (carré d'intensité 71, fond d'intensité 1), (b) deux carrés de tons inversés (carré d'intensité 80, fond d'intensité 10)

faisant varier les paramètres de translation et en reportant la mesure de corrélation sur une surface (Fig. 4(b)), le maximum de corrélation n'indique pas la transformation idéale. Il indique plutôt un anneau de valeurs maximales autour du recalage idéal, qui est situé au fond de la cuvette. Cet anneau de corrélation maximale correspond aux mesures pour lesquelles la région grise du cerveau sur l'image MR chevauche la région osseuse blanche du crâne sur l'image CT. Cet essai montre très bien la difficulté reliée au recalage par maximum de corrélation. Encore une fois, on remarque que la corrélation de zones contenant des

tons de blanc est plus forte, surtout lorsqu'elle sont alignées avec des tons plus pâles. Ainsi, lorsque les images à recaler n'ont pas les mêmes tons de gris, la corrélation n'est plus fiable.

### 3.2 Corrélation normalisée

Les essais sur la corrélation normalisée ont montré des résultats semblables à ceux de la corrélation non-normalisée. Toutefois, certaines différences ont pu être remarquées. Pour un même test faisant varier les paramètres de translation sur l'image du cameraman, la fonction de corrélation normalisée (Fig. 4(c)) montre que le pic de corrélation maximale est beaucoup plus effilé que celui utilisant la fonction de corrélation non-normalisée (Fig. 4(a)), ce qui fait en sorte de diminuer la zone de corrélation maximale. Cet effet peut éventuellement rendre difficile la recherche de cette zone de maximum de corrélation.

Par contre, comme le montre la figure 4(d), la corrélation normalisée ne règle pas le problème du recalage de l'image MR sur l'image CT. La mesure de corrélation est encore très dépendant de l'intensité des tons de gris alignés.

### 3.3 Information mutuelle

Les essais à l'aide de la méthode de l'information mutuelle étaient pour nous une manière de détacher la mesure du recalage de l'intensité des tons de gris. Pour le test précédent utilisant des carrés de tons de gris différents, là où la fonction de corrélation normalisée ou non-normalisée était inefficace, le maximum de l'information mutuelle indique la transformation idéale (Fig. 5). Ici, la mesure de l'information mutuelle reste inchangée si on change les tons de gris de la forme qu'on tente de recaler. Ce résultat est un très

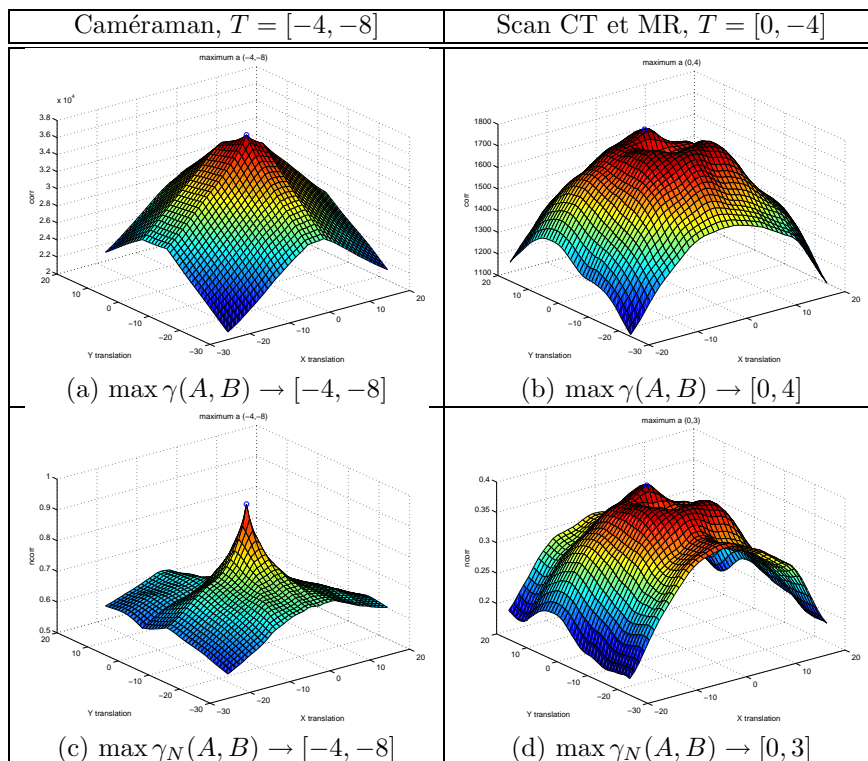


FIG. 4 – Mesure de corrélation en fonction de la translation. Sur l’images du caméraman par corrélation (a), par corrélation normalisée (c). Sur le scan CT et MR du crâne par corrélation (b), par corrélation normalisée (d).

bon indice de la qualité supérieure de l’information mutuelle par rapport à la corrélation dans le recalage d’image de tons de gris différents.

Le recalage de l’image du cameraman n’ayant pas posé de problème particulier avec la corrélation, la mesure de l’information mutuelle pour cette image s’est montrée d’aussi bonne qualité (voir fig. 6(a)).

Un second test tente de recalcr l’image du cameraman et la même image bruitée tournée de  $15^0$ . Le bruit est ici gaussien centré et d’écart type  $\sigma = 2$ , un pixel a donc au plus une variation de  $\pm 6$  niveau de gris. En faisant varier le paramètre de rotation, les perturbations dues à l’interpolation de l’image transformée font apparaître des maximums locaux de faibles amplitudes tout le long de la variation de l’angle de rotation. La mesure maximale indique toujours la transformation idéale de  $[\theta = 15^0]$  (Fig. 7(a)). En augmentant l’écart type du bruit gaussien à  $\sigma = 25$  (variation maximale de  $\pm 75$  niveau de gris) le maximum de l’information mutuelle continue à indiquer la transformation idéale (Fig. 7(b)). Cette mesure semble donc être assez robuste au bruit.

La figure 6(b) montre la mesure de l’information

mutuelle en faisant varier les paramètres de translation. Le maximum de cette fonction indique bien la transformation idéale de  $[x = 0; y = 4]$ . Il est intéressant de constater la courbure lisse de cette surface et l’absence de minimum locaux apparent. L’utilisation de l’information mutuelle comme critère à maximiser facilitera donc l’optimisation.

Le même test que précédemment faisant varier le paramètre de rotation a été fait sur les scans CT et MR du crâne. Ainsi, même pour des images ayant des contours moins nets, de moins bonne qualité que l’image du cameraman, le maximum de l’information mutuelle indique toujours la transformation idéale de  $[\theta = 15^0]$ .

### 3.4 Information mutuelle normalisée

L’utilisation de l’information mutuelle normalisée à la place de l’information mutuelle n’a pas montré d’amélioration apparente. En effectuant les mêmes tests que précédemment sur l’image du cameraman (Fig. 6(c)) et sur les scans CT et MR du crâne (Fig. 6(d)), le maximum des mesures de recalage indiquent



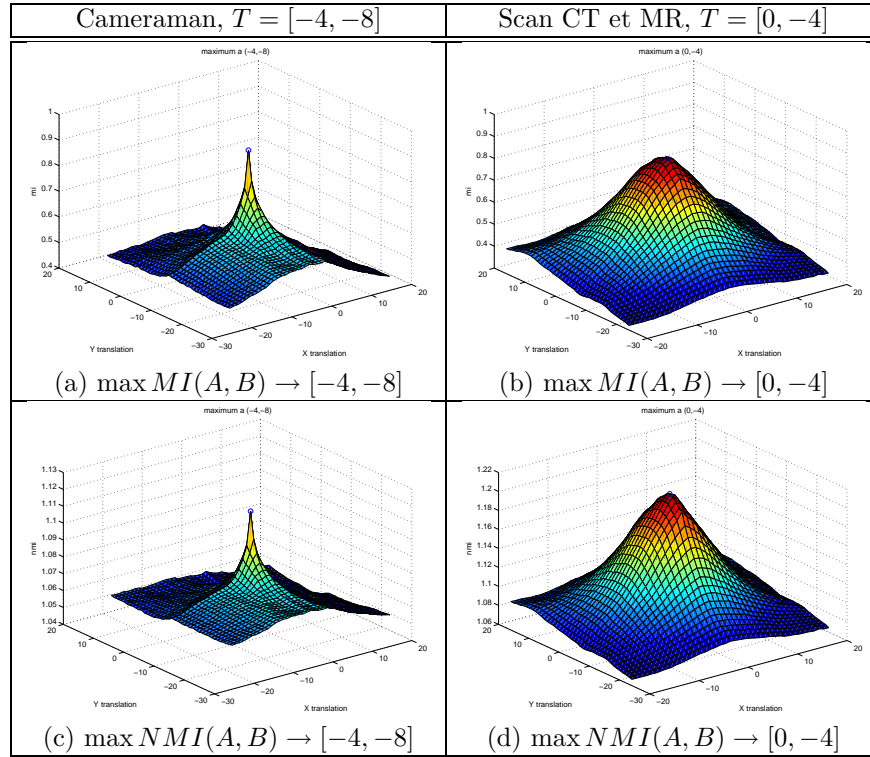


FIG. 6 – Mesure de l’information mutuelle en fonction de la translation. Sur l’images du caméraman par information mutuelle (a), par information mutuelle normalisée (c). Sur le scan CT et MR du crâne par information mutuelle (b), par information mutuelle normalisée (d).

la même transformation, et la largeur des pics maximaux est semblable.

### 3.5 Information mutuelle avec gradient

L’information du gradient a été combinée à l’information normalisée et non-normalisée. Les deux résultats sont semblables. La multiplication de l’information mutuelle avec l’information du gradient tend à effiler le pic du maximum de la fonction de recalage. La mesure de recalage de l’image du cameraman est montrée sur les figures 9(a,c).

L’utilisation de l’information mutuelle combinée à l’information du gradient sur les scans CT et MR (Fig. 9(b,d)) fait ressortir 2 pics maximaux. Il y a donc deux translations qui rendent un recalage envisageable, soit  $[x = 0; y = 1]$  et  $[x = 0; y = -5]$ , mais aucune de ces deux solutions correspondent avec notre translation idéale de  $[x = 0; y = -4]$ . Ces translations verticales mettent respectivement en évidence les contours frontaux et arrières du cerveau. Le cerveau du scan MR est donc plus long que celui

du scan CT. Il est ainsi possible d’émettre l’hypothèse que soit les scans CT et MR ne sont pas à la même échelle, soit qu’il s’agit de deux coupes différentes du cerveaux, soit de deux patients différents, l’un ayant un crâne plus long. Par la suite, l’exemple pratique du recalage des images CT et MR (Fig. 10) montre l’alignement des contours arrières du cerveau.

### 3.6 Optimisation

Notre méthode d’optimisation pour la recherche du maximum nous a permis de déterminer rapidement un recalage idéal dans la plupart des cas. La méthode permet de déterminer le maximum de l’indice utilisé (corrélacion, information mutuelle avec ou sans gradient) pour un recalage à trois degrés de liberté (translation en x, en y et rotation). Il est à noter que le nombre d’itérations est connu à l’avance. Ce nombre d’itération est le logarithme en base deux de la plus grande valeur entre la largeur de l’image (translation en x), la hauteur de l’image(translation en y) et 360 (rotation). Sur les scans CT et MR du crâne, une transformation de  $[x = -5; y = 0; \theta =$

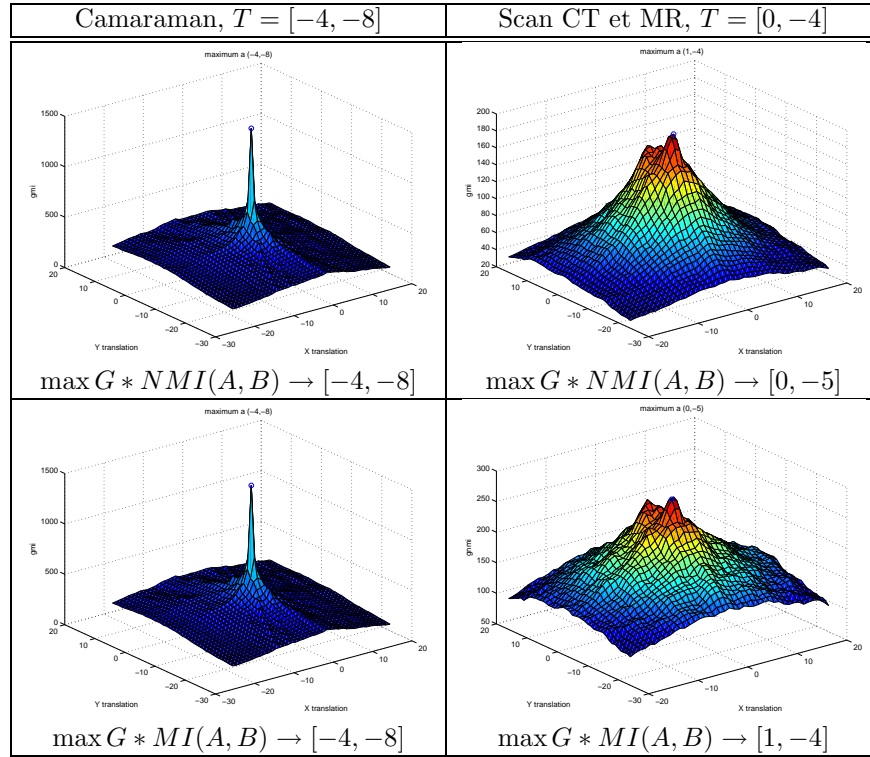


FIG. 9 – Mesure de MI combinée au gradient en fonction de la translation. Sur l’images du caméraman par information mutuelle (a), par information mutuelle normalisée (c). Sur le scan CT et MR du crâne par information mutuelle (b), par information mutuelle normalisée (d).

$-25]$  est appliquée au scan MR. L’optimisateur est initialisé avec des paramètres nuls qui sont relativement éloignés de la solution finale. Après 8 itérations, l’erreur de la solution proposée par l’optimisateur de  $[x = -3; y = -3; \theta = 3]$ , ce qui amène le scan MR aligné avec le scan CT. La figure 10 montre le résultat de l’optimisation. Le module des gradients des deux images est affiché afin de mieux apprécier le résultat du recalage.

## 4 Discussion

### 4.1 Mise en contexte des résultats

L’utilisation de différentes mesure de recalage nous a permis de comprendre la difficulté relative au recalage des images, et particulièrement au recalage d’images multimodales. Il ressort toutefois de nos essais que le recalage par corrélation d’images multimodales n’est pas une mesure fiable. En effet, la sensibilité de cette mesure à l’intensité des tons de gris fait en sorte que la corrélation ne donne pas une bonne mesure de recalage dans ce cas.

Il semble aussi que la mesure de corrélation normalisée donne des résultats plus intéressants sur des images à recaler ayant les mêmes tons de gris. Cette mesure rend les pics de maximums plus pointus, leur permettant de mieux se distinguer des autres possibilités du domaine de recherche. Cependant, la corrélation normalisée n’est pas une solution à la piètre performance de la corrélation pure sur les images multimodales. De ce côté, nos résultats n’ont pu montrer aucune amélioration avec la normalisation de la fonction de corrélation.

Dans ce contexte, l’utilisation de la mesure de l’information mutuelle s’est montrée un meilleur choix pour les images multimodales. Malgré le fait que les images à recaler avaient une échelle différente, les résultats montrent que le maximum de l’indice correspond au recalage le plus proche. Par ailleurs, l’information mutuelle normalisée n’a pas montré de différences marquée avec la mesure non-normalisée.

La combinaison de l’information du gradient augmente la précision des pics maximaux. Par exemple, avec l’image du caméraman, le pic maximal se démarque de manière plus prononcée. Pour le cas

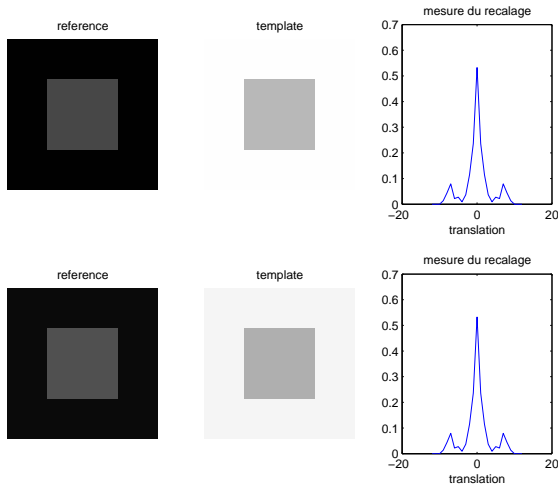


FIG. 5 – Mesure de l’information mutuelle en fonction d’une translation verticale sur (a) deux carrés de tons inversés (carré d’intensité 71, fond d’intensité 1), (b) deux carrés de tons inversés (carré d’intensité 80, fond d’intensité 10)

des images multimodales, l’information du gradient indique même de nouveaux pics maximaux.

Cependant, la démarcation plus précise des pics maximaux n’est pas nécessairement une amélioration bienvenue. En effet, la recherche des pics maximaux plus étroits par optimisation devient plus difficile. Les pics large sont par contre plus facile à trouver et leur recherche est d’autant plus rapide.

## 4.2 Performance et optimisation

L’optimisation consiste à trouver le maximum d’une fonction, bien souvent dans un large domaine de recherche. Il y a donc un compromis à faire entre rechercher le maximum global, coûteux, et effectuer le moins d’évaluation de la fonction, ce qui amène généralement à la découverte de maximum locaux.

Dans notre projet, seul trois paramètres doivent être optimisés, deux pour la translation et un pour la rotation. En limitant ainsi le nombre de paramètres, notre projet met moins l’emphase sur le problème d’optimisation, et nous permet de mieux nous concentrer sur la qualité des mesures de recalage.

Nous avons adopté une méthode d’optimisation qui utilise un algorithme glouton, qui ne revient jamais en arrière. Ainsi, lorsque l’algorithme trouve un interval dont le centre est un maximum, il ne se pose plus la question à savoir si un maximum plus grand

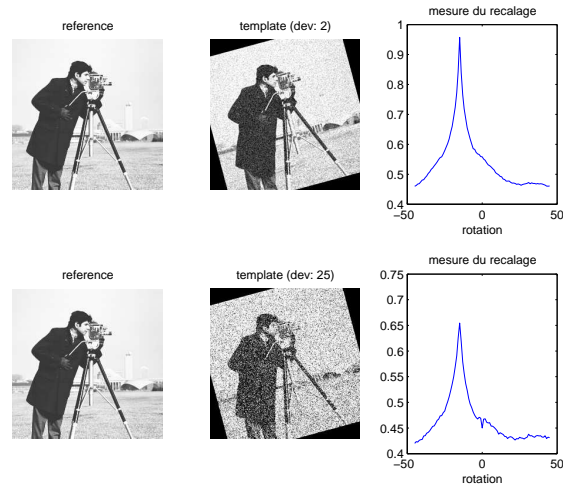


FIG. 7 – Mesure de l’information mutuelle en fonction de la rotation pour le recalage de l’image du camera-man et la même image tournée de  $15^{\circ}$  avec un bruit gaussien centré et d’écart type  $\sigma = 2$  (a),  $\sigma = 25$  (b)

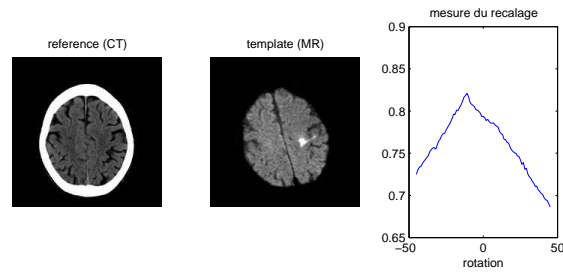


FIG. 8 – Mesure de l’information mutuelle pour une rotation de l’image MR sur l’image CT autour de son centre

est présent dans un autre intervalle ailleurs sur le domaine, à savoir, s’il est en train de trouver un maximum local.

Des solutions comme le recuit simulé ont la particularité de revenir en arrière après avoir trouvé une solution et cet algorithme aurait pu nous éviter de tomber quelquefois sur des maximums locaux. Mais cet algorithme est coûteux en temps. On se retrouverait à la case départ : on veut gagner du temps, mais on veut éviter les maximums locaux.

Une première solution serait d’utiliser un algorithme un peu plus robuste, quitte à allouer plus de temps pour la recherche du maximum. Cela permettrait d’éviter les maximums locaux. Une autre solution serait d’introduire une intervention de l’utilisateur, qui facilite le recalage en plaçant l’image à re-

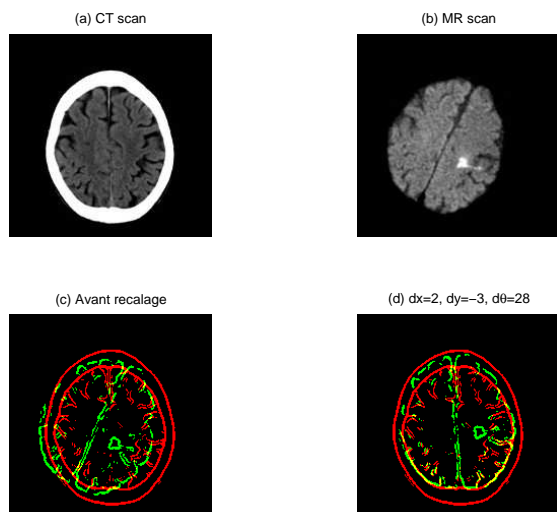


FIG. 10 – Résultat de la recherche du maximum d’information mutuelle avec gradient après huit itérations

caler dans une position proche de la position idéale lors de l’initialisation de la recherche.

Nous croyons qu’il est important de réduire le plus possible l’intervention de l’utilisateur afin que ces méthodes soient le plus automatique. Cependant le contexte d’utilisation de la méthode de recalage est rarement similaire d’une fois à l’autre, et les besoins de l’expérimentation ne le sont pas plus. L’initialisation du recalage dépend donc de l’application souhaitée.

## 5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce projet la qualité de différentes mesures de recalage. Nous avons commencé par utiliser une méthode intuitive vue en cours qui tend à superposer des régions de tons de gris similaires. Cette méthode utilisant la fonction de corrélation s’est avérée inefficace dans le cadre du recalage multimodal. En mesurant la quantité d’information qu’une image contient sur une autre image, l’introduction de l’information mutuelle par Viola *et al.* [1] et Collignon *et al.* [2] a été une contribution majeure au problème du recalage multimodal. Nous avons pu le constater en effectuant des tests concluants sur des scans CT et MR d’un crâne. De plus, là où l’information mutuelle n’indiquait qu’une unique solution, la combinaison de l’information du gradient et de l’information mutuelle a permis de faire ressortir différents recalages possibles. Ce projet nous a aussi fait prendre conscience de l’importance

de l’optimisation dans le processus de recalage. Des compromis ont dû être faits entre la recherche d’un maximum global et le temps de recherche.

L’exploration des méthodes d’optimisation est définitivement une allée qui doit faire l’objet d’un futur projet de recherche. Également, la généralisation aux transformations non-rigides permettra d’avoir une connaissance plus approfondie du problème de recalage.

## Références

- [1] P. Viola and W. M. W. III, “Alignment by maximization of mutual information,” in *International Conference on Computer Vision*, pp. 16–23, June 1995.
- [2] A. Collignon, F. Maes, D. Delaere, D. Vandermeulen, P. Suetens, and G. Marchal, “Automated multi-modality image registration based on information theory,” in *Information Processing in Medical Imaging*, pp. 263–174, 1995.
- [3] J. Pluim, J. Maintz, and M. Viergever, “Image registration by maximization of combined mutual information and gradient information,” *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 19, pp. 809–814, August 2000.
- [4] J. Maintz and M. Viergever, “A survey of medical image registration,” *Medical Image Analysis*, vol. 2, no. 1, pp. 1–37, 1998.
- [5] R. Woods, S. Cherry, and J. Mazziotta, “Rapid automated algorithm for aligning and reslicing pet images,” *Journal of Computer Assisted Tomography*, vol. 16, pp. 620–633, July-August 1992.
- [6] D. Hill, D. Hawkes, N. Harrison, and C. Ruff, “A strategy for automated multimodality registration incorporating anatomical knowledge and imager characteristics,” *Information Processing in Medical Imaging*, pp. 182–196, 1993.
- [7] P. A. V. den Elsen, J. A. Maintz, E.-J. D. Pol, and M. A. Viergever, “Automatic registration using correlation of ct and mr brain images,” *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 14, June 1995.
- [8] A. Collignon, D. Vandermeulen, P. Suetens, and G. Marchal, “3d multi-modality medical image registration,” *Computer Vision, Virtual Reality, and Robotics in Medicine*, vol. 905, pp. 195–204, 1995.
- [9] C. Studholme, D. Hill, and D. Hawkes, “Multiresolution voxel similarity measures for mr-pet

- registration,” *Information Processing in Medical Imaging*, pp. 287–298, 1995.
- [10] F. Maes, A. Collignon, D. Vandermeulen, G. Marchal, and P. Suetens, “Multimodality image registration by maximization of mutual information,” *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 16, no. 2, pp. 187–198, 1997.
- [11] J. P. Plum, J. A. Maintz, and M. A. Viergever, “Mutual information based registration of medical images : a survey,” *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 22, no. 8, pp. 986–1004, 2003.
- [12] M. Powell, “An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derviatives,” *The Computer Journal*, vol. 7, no. 2, pp. 155–162, 1964.
- [13] C. Shannon, “A mathematical theory of communication,” technical report, Bell System, 1948.
- [14] C. Studholme, D. Hill, and D. Hawkes, “An overlap invariant entropy measure of 3d medical image alignment,” *Pattern Recognition*, vol. 32, no. 1, pp. 71–86, 1999.